

Propriétés des opérations et calcul mental

Trame de construction de séquences


Des séquences toutes construites sur le même modèle :

1. Manipulation
 - ↳ Les élèves utilisent la balance et des cubes.
2. Schématisation
 - ↳ Les élèves raisonnent à partir de balances schématisées.
 - ↳ Les manipulations précédemment réalisées sont simplement évoquées.
3. Formalisation
 - ↳ On introduit les signes, on établit les écritures.
4. Application
 - ↳ Les élèves s'entraînent, soit à partir de schémas, soit à partir des écritures symboliques.
 - ↳ Si nécessaire, utiliser la balance pour faire corriger les erreurs des élèves.

Séquence 1 : Compréhension des signes =, ≠, + et – à l'aide d'un outil, la balance Début de CM

Séances de 30 min, 2 fois / semaine.

Matériel : balances de Roberval, cubes de différentes couleurs, schémas des trois positions possibles de la balance (cartes de bristol plastifiées), feutres effaçables à sec.

 Afin de neutraliser l'effet de la masse lors de l'utilisation d'une balance de Roberval, les objets utilisés (cubes) auront tous la même masse. Cela permettra de raisonner sur les quantités.

Progressivité :

- ✓ CP : Nombres jusqu'à 10
- ✓ CE1 : Nombres jusqu'à 20
- ✓ CE2 : Nombres jusqu'à 50
- ✓ CM1/CM2 : Nombres jusqu'à 100

Séance	Mise en œuvre	Notion abordée
Séance 1	Manipulation – Schématisation – Formalisation – Application	Vérification des signes = et ≠ ; + et -
Séance 2	Manipulation – Schématisation – Formalisation – Application	Le signe + : composition, décomposition avec 3 nombres ou plus
Séance 3	Application	Test
Séance 4	Application	Entraînement sur les écritures symboliques
Séance 5	Manipulation – Schématisation – Formalisation – Application	Signes + et – : ajout et retrait
Séance 6	Application	Test

En cas d'échec au test pour certains élèves, reprendre avec eux la (les) séance(s) le précédent, en repassant par la manipulation, avant de passer à la séance suivante.

Séance 1

Vérification des signes = et \neq ; + et -

- **Objectif : parvenir à l'écriture de $3 + 4 = 4 + 3$; $3 + 6 \neq 6 + 2$**

Rappel des signes = et \neq . Faire remarquer aux élèves que le signe \neq est le signe = qui est barré.

↪ Manipulation, puis schématisation et enfin formalisation (production d'une écriture utilisant les symboles). Veiller à faire verbaliser les élèves durant chacune de ces phases.

- **Manipulation**

Avec l'aide de la balance de Roberval, compléter les opérations avec le bon signe.

Situation 1 : = ou \neq

$$4 + 5 \dots 5 + 4$$

$$3 + 7 \dots 4 + 3$$

$$5 \dots 3 + 1 + 1$$

$$5 + 5 + 1 \dots 4 + 6 + 1$$

Situation 2 : + ou -

$$3 \dots 7 = 10$$

$$8 \dots 4 = 2 + 2$$

$$14 = 9 \dots 4 \dots 1$$

$$7 \dots 3 = 5 \dots 5$$

$$6 + 6 = 15 \dots 3$$

Bien faire verbaliser les élèves à chaque manipulation. Possibilité de faire d'autres manipulations.

- **Schématisation**

Demander aux élèves de dessiner les cubes manquants afin de schématiser les deux types de situation vues dans la phase de manipulation.

Recueillir les différentes réponses et proposer une analyse collective de toutes les productions, y compris les erronées (reproduire ou afficher chacune au tableau).

Pour les réponses erronées, faire faire la manipulation avec la balance devant l'ensemble de la classe.

- **Formalisation**

Introduction du fait que les nombres sont interchangeables. (Ex : $6 = 3 + 3$ / $3 + 3 = 6$)

Introduction du fait qu'un nombre a de nombreuses égalités. (Ex : $6 = 3 + 3$ / $6 = 2 + 2 + 2$ / $6 = 3 + 1 + 1 + 1$ / etc.)

- **Application**

Exercice 1 : complète avec = ou ≠

$3 + 1 + 4 \dots 7$

$9 + 3 \dots 7 + 2 + 1$

$11 \dots 2 + 9$

$6 + 2 + 4 \dots 6 - 6$

$16 \dots 3 + 3 + 10$

$5 + 2 + 1 \dots 9 - 2$

$15 - 9 \dots 3 + 2 + 1$

$7 + 2 + 1 \dots 11 - 2$

Exercice 2 : complète avec + ou -

$3 \dots 4 = 6 \dots 1$

$9 \dots 4 \dots 1 \neq 7 \dots 7$

$12 = 6 \dots 3 \dots 3$

$4 \dots 1 = 12 \dots 9$

$7 \dots 9 \dots 3 \neq 20 \dots 1$

$17 \dots 3 = 9 \dots 3 \dots 2$

Séance 2

Le signe + : composition, décomposition avec 3 nombres ou plus

- **Objectif 1** : parvenir à toutes les écritures de l'égalité $a = b + c + d$.
- **Objectif 2** : parvenir à toutes les écritures de l'égalité $a + b = c + d + e$.

- **Observation de la balance**

Exemple 1 : Balance à l'équilibre → Plateau de gauche : 2 cubes bleus, 2 cubes rouges et 1 jaune / Plateau de droite : 5 cubes verts.

Parvenir à faire verbaliser que $2 + 2 + 1$ égal 5 et que 5 est égal à $2 + 2 + 1$.

Exemple 2 : Balance à équilibrer → Plateau de gauche : 6 cubes bleus, 2 cubes rouges et 1 jaune / Plateau de droite : 5 cubes verts et ?

Parvenir à faire verbaliser que $6 + 2 + 1$ égal $5 + 4$ et que $5 + 4$ égal $6 + 2 + 1$.

Proposer d'autres situations de ces types en pensant à interchanger les plateaux de la balance.

- **Manipulation**

- ✓ Situation 1

Plateau de gauche : 3 cubes bleus, 2 cubes rouges et 2 jaunes / Plateau de droite : ? cubes verts pour que la balance soit à l'équilibre.

- ✓ Situation 2

Plateau de gauche : 6 cubes bleus / Plateau de droite : ? cubes verts et ? cubes rouges et ? cubes jaunes pour que la balance soit à l'équilibre.

- ✓ Situation 3 :

Plateau de gauche : 7 cubes bleus, 3 cubes jaunes et 2 cubes verts / Plateau de droite : 10 cubes rouges et ? gris pour que la balance soit à l'équilibre.

- **Schématisation**

Demander aux élèves de dessiner les cubes manquants afin de schématiser les trois types de situation rencontrés dans la phase de manipulation.

Exemple : Dessiner des cubes rouges, des cubes jaunes et des cubes bleus sur le plateau de droite.




Recueillir les différentes réponses et proposer une analyse collective de toutes les productions, y compris les erronées (reproduire ou afficher chacune au tableau).

Pour les réponses erronées, faire faire la manipulation avec la balance devant l'ensemble de la classe.

- **Formalisation**

Introduction de l'écriture : $4 = 1 + 1 + 2$; $1 + 1 + 2 = 4$; $4 = 1 + 2 + 1$; $1 + 2 + 1 = 4$; $4 = 2 + 1 + 1$; $2 + 1 + 1 = 4$.

 *Veiller à bien faire produire toutes les écritures possibles.*

Introduction de l'écriture : $3 + 1 = 1 + 1 + 2$

 *Veiller à bien faire produire toutes les écritures possibles.*

- **Application**

Exercice 1 : Compléter avec = ou ≠

$4 \dots 2 + 2 + 1$

$14 - 4 \dots 4 + 5 + 5$

$2 + 2 + 1 \dots 5$

$16 \dots 19 - 2$

$7 + 1 + 2 \dots 9 + 1$

$13 - 6 \dots 3 + 2 + 2$

Exercice 2 : Compléter pour valider les égalités et les inégalités.

$5 = 1 + 2 + \dots$

$8 \dots 9 \dots 1 = 6 \dots 6 \dots 6$

$6 \neq 4 + \dots + 1$

$19 \dots 5 = 7 \dots 7$

$7 + 2 = 3 \dots 1 \dots 5$

$4 \dots 7 \dots 3 \neq 13 \dots 1$

$11 \neq 10 \dots 1$

$15 \dots 5 \neq 20$

Séance 3

Test

- Test

Réalisation d'un test pour vérifier :

- la maîtrise des signes : + ; - ; = ; ≠
- la maîtrise de la décomposition additive avec 3 nombres ou plus

Exercice 1 : Compléter avec = ou ≠.

$$3 + 1 \dots 2 + 2$$

$$2 + 2 \dots 4 + 1$$

$$3 + 1 \dots 1 + 3$$

$$10 \dots 3 + 6 + 1$$

$$1 + 4 + 7 \dots 3 + 5$$

Exercice 2 : Compléter pour valider les égalités ou inégalités.

$$2 + 3 = 4 + \dots$$

$$\dots + 2 = 2 + 1$$

$$4 + \dots \neq 2 + 3$$

$$\dots + 6 = 3 + 3 + 2$$

$$7 \dots 8 = 5 \dots 5 \dots 5$$

$$14 = 3 \dots 7 \dots 4$$

$$1 \dots 9 \dots 3 \neq \dots + 10$$

$$9 \dots 5 = 2 \dots 2$$

Séance 4

Signes + et – : ajout et retrait

- **Objectif** : parvenir à toutes les écritures de l'égalité $a = b + c \rightarrow b = a - c$ et $c = a - b$.
- **Schématisation**

Comment équilibrer la balance ?

Schéma ci-contre à projeter ou à reproduire au tableau : $\underline{\quad\quad\quad 5 \quad\quad\quad}$ $\underline{\quad\quad\quad 3 \quad\quad\quad}$

Situation 1 : demander aux élèves d'équilibrer la balance uniquement avec le plateau de droite.


Réponse attendue : il faut ajouter 2 à 3 pour obtenir 5 soit l'écriture suivante : $5 = 3 + 2$

Situation 2 : demander aux élèves d'équilibrer la balance uniquement avec le plateau de gauche.

Réponse attendue : il faut enlever 2 à 5 pour obtenir 3 soit l'écriture suivante : $5 - 2 = 3$

- **Formalisation**

Introduction de l'écriture : $5 = 3 + 2$ ou $5 - 2 = 3$.

 $5 - 2 = 3$ et $3 + 2 = 5$ met en évidence le concept d'opérations inverses.

Cette propriété de l'addition et de la soustraction est très importante pour la construction du nombre, le fonctionnement de l'égalité et la résolution d'équation au cycle 4.

- **Application**

Exercice 1 : Complète les égalités.

$5 \dots 3 = 2$

$10 \dots 7 = 17$

$9 \dots 4 \dots 5$

$7 \dots 2 = 5$

$15 = 18 \dots 3$

$10 \dots 13 \dots 3$

$6 = 3 \dots 3$

$3 = 5 \dots 2$

$5 \dots 6 \dots 11$

Exercice 2 : Même consigne.

$16 = 4 \underline{\quad\quad\quad}$

$14 \underline{\quad\quad\quad} = 19$

$8 \underline{\quad\quad\quad} = 1$

$5 \underline{\quad\quad\quad} = 8$

$11 = 17 \underline{\quad\quad\quad}$

$\underline{\quad\quad\quad} 9 = 12$

$9 \underline{\quad\quad\quad} = 2$

$13 = \underline{\quad\quad\quad} 6$

$20 = \underline{\quad\quad\quad} 10$

Séance 5

Entraînement sur les écritures symboliques

Exercice 1 : à partir de l'égalité $13 = 6 + 7$, complète les items suivants.

$$6 + 7 = \dots$$

$$6 + \dots = 13$$

$$\dots + 7 = 13$$

$$\dots = 6 + 7$$

$$13 = 6 + \dots$$

$$13 = \dots + 7$$

Exercice 2 : à partir de l'égalité $12 = 4 + 8$, complète les items suivants.

$$4 + 8 = \dots$$

$$4 + \dots = 12$$

$$\dots + 8 = 12$$

$$\dots = 4 + 8$$

$$12 = 4 + \dots$$

$$12 = \dots + 8$$

Exercice 3 : à partir de l'égalité $13 = 6 + 7$, complète les items suivants.

$$13 - 6 = \dots$$

$$\dots - 6 = 7$$

$$13 - \dots = 7$$

$$\dots = 13 - 6$$

$$7 = \dots - 6$$

$$7 = 13 - \dots$$

$$13 - 7 = \dots$$

$$\dots - 7 = 6$$

$$13 - \dots = 6$$

$$\dots = 13 - 7$$

$$6 = \dots - 13$$

$$6 = 13 - \dots$$

Exercice 4 : à partir de l'égalité $15 = 7 + 5 + 3$, complète les items suivants.

$$7 + 5 + 3 = \dots$$

$$7 + \dots + 3 = 15$$

$$\dots + 7 + 5 = 15$$

$$\dots = 7 + 5 + 3$$

$$15 = 7 + \dots + 3$$

$$15 = \dots + 7 + 5$$

$$7 + 5 + \dots = 15$$

$$7 + 3 + \dots = 15$$

$$5 + 3 + \dots = 15$$

$$15 = 7 + 5 + \dots$$

$$15 = 7 + 3 + \dots$$

$$15 = 5 + 3 + \dots$$

Etc.

Exercice 5 : à partir de l'égalité $7 + 3 = 6 + 4$, complète les items suivants.

$$\dots + 7 = 6 + 4$$

$$3 + 7 = \dots + 6$$

$$7 + 3 = 4 + \dots$$

$$6 + 4 = \dots + 7$$

$$\dots + 6 = 3 + 7$$

$$4 + \dots = 7 + 3$$

Etc.

Séance 6

Test

Exercice 1 : complète les égalités.

$13 = 6 + \dots$

$5 + \dots = 9$

$\dots + 8 = 11$

$9 = \dots + 6$

$15 + \dots = 21$

$16 = \dots + 7$

$\dots = 6 + 8$

$11 + 6 = \dots$

$17 = 6 + \dots$

$\dots = 5 + 7$

Exercice 2 : complète les égalités.

$9 = \dots - 3$

$14 - 6 = \dots$

$\dots = 16 - 5$

$7 - 4 = \dots$

$8 = \dots - 2$

$13 - \dots = 9$

$4 = \dots - 10$

$6 - \dots = 4$

$\dots - 8 = 7$

$5 = \dots - 3$

Exercice 3 : complète les égalités.

$13 + 1 = 6 + \dots$

$7 + \dots = 9 + 3$

$\dots + 8 = 13 - 2$

$9 + 4 = \dots + 6$

$15 + \dots = 21 - 4$

$16 - \dots = 2 + 7$

$8 + \dots = 6 + 8$

$1 + 6 = \dots - 2$

$1 + 7 = 6 + \dots$

$3 + \dots = 5 + 7$

Exercice 4 : complète les égalités.

$13 = 6 + \dots + 2$

$7 + \dots + 1 = 9$

$5 + \dots + 8 = 15$

$11 = \dots + 6 + 3$

$15 + \dots + 4 = 21$

$16 = 7 + \dots + 6$

$8 + 3 + \dots = 14 + 2$

$7 + 4 = 2 + \dots + 2$

$4 + 7 + 6 = \dots$

$\dots = 5 + 7 + 5$

Cette séquence interviendra en début de CM. Elle pourra ensuite être reprise avec des nombres plus grands jusqu'à 100.

En guise de prolongement, on peut également construire une séquence, sur le même modèle, pour la commutativité, l'inversion et enfin l'associativité, d'abord des écritures additives puis, pour les CM, des écritures multiplicatives.